1.5.8 Zákon zachování mechanické energie II

Předpoklady: 1507

Př. 1: Urči nejkratší možnou dráhu, na které může zastavit auto jedoucí rychlostí $90\,\mathrm{km/h}$, pokud se koeficient tření mezi pneumatikami a silnicí rovná průměrně 0,75.

$v = 90\,\mathrm{km/h} = 25\,\mathrm{m/s}$, $f = 0{,}75$, $s = ?$
Kinetická energie auta se spotřebuje na vykonání práce při překonávání třecí síly.

$$W = E_k$$

$$F_t s = \frac{1}{2} m v^2$$

$$N f s = m g f\, s = \frac{1}{2} m v^2$$

$$g f\, s = \frac{1}{2} v^2$$

$$s = \frac{v^2}{2gf} = \frac{25^2}{2 \cdot 10 \cdot 0{,}75}\,\mathrm{m} = 42\,\mathrm{m}$$

Auto může zastavit na dráze 42 m.

Př. 2: Na internetových stránkách koordinačního orgánu ministerstva dopravy BESIP je uvedena tabulka Dráha pro zastavení vozidla. Urči pro všechny tři uvedené typy povětrnostních podmínek, jaké hodnoty koeficientu tření mezi pneumatikami a vozovkou tabulka předpokládá.

Jde o stejný děj, který jsme řešili v předchozím příkladě $\Rightarrow$ využijeme výsledný vztah a upravíme si ho pro výpočet koeficientu tření.

$$s = \frac{v^2}{2gf} \Rightarrow f = \frac{v^2}{2gs}$$

Pro výpočet koeficientu tření potřebuje vždy jednu dvojici rychlost - brzdná dráha.

Suchá silnice: $v = 80\,\mathrm{km/h} = 22\,\mathrm{m/s}$, $s = 35\,\mathrm{m} \Rightarrow f = \frac{v^2}{2gs} = \frac{22^2}{2 \cdot 10 \cdot 35} = 0{,}69$.

Mokrá silnice: $v = 80\,\mathrm{km/h} = 22\,\mathrm{m/s}$, $s = 49\,\mathrm{m} \Rightarrow f = \frac{v^2}{2gs} = \frac{22^2}{2 \cdot 10 \cdot 49} = 0{,}49$.

Náledí: $v = 80\,\mathrm{km/h} = 22\,\mathrm{m/s}$, $s = 165\,\mathrm{m} \Rightarrow f = \frac{v^2}{2gs} = \frac{22^2}{2 \cdot 10 \cdot 165} = 0{,}15$.

Pedagogická poznámka: Studenti postupují naprosto podle očekávání, téměř nikdo si nepřečte komentář k tabulce a všichni dosazují místo brzdné dráhy dráhu zastavení.

Pedagogická poznámka: U všech tří následujících příkladů se snažím, aby studenti rozlišovali tři fáze řešení: sestavení rovnice pro energetickou bilanci (to je ta nová fyzika, na kterou se musí přijít), dosazení do vzorců případně dopočítání neznámých veličin (spíše otázka paměti než logického uvažování), vyjádření neznámé ze vzorce a dosazení (čistě matematický problém). Na takových příkladech se dá studentům ukázat, že největší problém není v uvažování, ale spíše v paměti nebo matematických dovednostech.

Př. 3: Kulka o hmotnosti 8 g dopadne na dřevo rychlostí $500\,\mathrm{m/s}$ a zaryje se do hloubky 8 cm. Urči průměrnou sílu, kterou dřevo brzdilo kulku.

$v_1 = 500\,\mathrm{m/s}$, $m = 8\,\mathrm{g} = 0,008\,\mathrm{kg}$, $s = 8\,\mathrm{cm} = 0,08\,\mathrm{m}$, $F = ?$

Kinetická energie kulky se během brzdění změnila na práci.

$$E_k = W$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = Fs$$

$$F = \frac{mv^2}{2s} = \frac{0,008 \cdot 500^2}{2 \cdot 0,08}\,\mathrm{N} = 12500\,\mathrm{N}$$

Dřevo brzdí kulku silou 12500 N.

Př. 4: Jak tlusté dřevo by kulku z předchozího příkladu zpomalilo na rychlost 50 m/s?

$v_1 = 500\,\mathrm{m/s}$, $m = 8\,\mathrm{g} = 0,008\,\mathrm{kg}$, $v_2 = 50\,\mathrm{m/s}$, $F = 12500\,\mathrm{N}$, $s = ?$

Kinetická energie kulky zmenší o práci, kterou vykoná při prorážení dřeva.

$$\Delta E_k = E_{k1} - E_{k2} = W$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_2^2 = Fs \quad / \cdot 2$$

$$mv_1^2 - mv_2^2 = 2Fs$$

$$s = \frac{mv_1^2 - mv_2^2}{2F} = \frac{0,008 \cdot 500^2 - 0,008 \cdot 50^2}{2 \cdot 12500}\,\mathrm{m} = 0,079\,\mathrm{m}$$

Na 50 m/s zpomalí kulku 7,9 cm dřeva.

Pedagogická poznámka: Nejčastějším špatným výsledkem je 6,5 cm, který vznikne tím, že studenti nahradí rozdíl $500^2 - 50^2$ jednou mocninou 450^2. Nutím je, aby si ozkoušeli na kalkulačce, zda jsou obě tato čísla stejná. Jinak jde o důsledek vzorce $(a-b)^2$.

Př. 5: Při odvozování 1. Newtonova zákona jsme pouštěli váleček po nakloněné rovině z výšky 4 cm na vodorovnou rovinu. Na různých površích nakloněné roviny měl váleček různá ramena valivého odporu a tak zastavil na různých drahách. Urči rameno valivého odporu válečku na plsti, pokud zastavil na dráze 38 cm. Průměr válečku je 3 cm. Valivý odpor na nakloněné rovině zanedbej.

$h = 4\,\mathrm{cm} = 0,04\,\mathrm{m}$, $s = 38\,\mathrm{cm} = 0,38\,\mathrm{m}$, $d = 3\,\mathrm{cm} \Rightarrow r = 1,5\,\mathrm{cm} = 0,015\,\mathrm{m}$, $\xi = ?$

Při vypuštění z nakloněné roviny má váleček polohovou energii, která se přemění na kinetickou energii válečku a ta se postupně spotřebuje na překonávání valivého odporu.

$$E_p = W$$

$$mgh = Fs = \xi\frac{N}{r}s = \xi\frac{mg}{r}s$$

$h = \xi \frac{s}{r}$

$\xi = \frac{hr}{s} = \frac{0{,}04 \cdot 0{,}015}{0{,}38}\,\mathrm{m} = 1{,}6 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}$

Rameno valivého tření má velikost $1{,}6 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}$.

Pedagogická poznámka: Vzorec pro valivý odpor studentům píši na tabuli (při jeho probírání ani nechci, aby se ho učili nazpaměť), interpretaci písmen označujících veličiny nechávám na nich.
Častou chybou je použití průměru místo poloměru.

Př. 6: Skokan na lyžích najíždí po doskoku do protisvahu se sklonem 20° počáteční rychlostí $15\,\mathrm{m/s}$. Urči vzdálenost, kterou na protisvahu urazí, než se zastaví. Součinitel tření mezi skluznicemi a sněhem je $0{,}1$.

$v_1 = 15\,\mathrm{m/s}$, $\alpha = 20^\circ$, $f = 0{,}1$, $s = ?$

Na počátku protisvahu má lyžař kinetickou energii, která se postupně mění na potenciální energii (jak vyjíždí výš na protisvahu) a práci při překonávání třecí síly.

$E_{k1} = E_{p2} + W$

- Kinetická energie skokana: $E_k = \frac{1}{2} m v_1^2$
- Potenciální energie skokana: $E = mgh$ $\Rightarrow$ určujeme výšku *h* pomocí uražené dráhy *s*. Z pravoúhlého trojúhelníku pomocí goniometrických funkcí: $h = s \sin\alpha \Rightarrow E_p = mgs \sin\alpha$
- Práce vykonaná při překonávání tření: $W = F_t s = Nfs$. Lyžař se pohybuje na nakloněné rovině $\Rightarrow$ $N = mg\cos\alpha$ $\Rightarrow$ $W = Nfs = mg\cos\alpha\, fs$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = mgs\sin\alpha + mg\cos\alpha\, fs$$

$$\frac{1}{2} v_0^2 = gs\sin\alpha + g\cos\alpha\, fs$$

$$\frac{1}{2} v_0^2 = gs\left(\sin\alpha + f\cos\alpha\right)$$

$$\frac{1}{2} v_0^2 = gs\left(\sin\alpha + f\cos\alpha\right)$$

$$s = \frac{v_0^2}{2g\left(\sin\alpha + f\cos\alpha\right)} = \frac{15^2}{2\cdot 10\left(\sin 20^\circ + 0{,}1\cdot\cos 20^\circ\right)}\,\mathrm{m} = 26\,\mathrm{m}$$

Skokan urazí na protisvahu 26 m.

Př. 7: Navrhni způsob, jak pomocí jednoduchých technických prostředků (dostupných v roce 1900) změřit rychlost, kterou vylétá kulka z hlavně pistole.

Pedagogická poznámka: Jde o domácí úkol, proto jeho řešení není uvedeno.

Shrnutí: